Задача 8. Покажите, что последовательность $a_n = (1 + \frac{1}{n})^n$ возрастающая.

Возьмём a(n), докажем, что a(n+1) >= a(n)
a(n)=(1+1/n)^n = (n+1)^n / n^n
a(n+1)=(1+1/(n+1))^(n+1) = (n+2)^(n+1) / (n+1)^(n+1)

(n+1)^n / n^n
(n+2)^(n+1) / (n+1)^(n+1)
Пусть равенство верное, составим неравенство:
(n+1)^n / n^n <= (n+2)^(n+1) / (n+1)^(n+1) |*n^n *(n+1)^(n+1)
(n+1)^n * (n+1)^(n+1) <= (n+2)^(n+1) * n^n
(n+1)^(2n+1) <= (n+2)^(n+1) * n^n

a(n)=(1+1/n)^n=1+C(n,1)/n+C(n,2)/n^2+...+1/n^n=1+1+n!/(2!*(n-2)!) / n^2+C(n,3)+...+1/n^n=
2+(n-1)/(2*n)+(n-1)(n-2)/6n^2+...+1/n^n

a(n+1)=(1+1/(n+1))^(n+1)=1+C(n+1, 1)/(n+1)+...1/(n+1)^(n+1)=2+n/(2*(n+1))+n(n-1)/6(n+1)+....доп положительное слагаемое

C(n,k) / n^(k-1)   !=   C(n+1, k) / (n+1)^(k-1) |*n^(k-1)*(n+1)^(k-1)
C(n,k) * (n+1)^(k-1) != C(n+1, k) * n^(k-1)
n! / (k!*(n-k)!)   *   (n+1)^(k-1) != (n+1)! / (k!*(n+1-k)!)   *   n^(k-1) |*(k!*(n-k)!) * (k!*(n+1-k)!)
n! * (n+1-k) * (n+1)^(k-1) != (n+1)! * n^(k-1)

(n-1)/(2*n) != n/(2*(n+1))
(1-1/n)*½<(n+1 - 1)/(2*(n+1)) =(1 - 1/(n+1)) * 1/2

C(n+1,3)=(n+1)!/ [3!(n-2)!] = (n+1)n(n-1) / 3!
(n-1)(n-2)/6n^2   != (n+1)n(n-1) / 3! *1/(n+1)^2
(1-1/n)(1-2/n)*1 / 3!   != (n+1)n(n-1) / 3! *1/(n+1)^2 =(n+1-1)(n+1-1-1)/6(n+1)=(1-1/(n+1)) (1 - 2/(n+1)) * 1 / 3!

k-ую строчку
(1-1/n)(1-2/n)*...(1-(k-1)/n)*1 / k <   (1-1/(n+1))(1-2/(n+1))*...(1-(k-1)/(n+1))*1 / k